



HIDROMEHANIKA

Prof. dr. sc. NEDIM SULJIĆ, dipl.ing.građ.

1

HIDRODINAMIKA

•Do sada smo izučavali fluide u stanju mirovanja ➡ **BITNE ZAKONITOSTI**

•Fluidi mogu da teku ➡ kreću se ➡ tečenje vode rijekama i cijevima, dim . . .

nameće se niz pitanja ➡ zašto se povećava v vode kroz cijev kada smanjimo A ?
zašto se dim "uvija" i stvara vrtloge prilikom podizanja?

odgovori ➡ **DINAMIKA FLUIDA**



2

Hidrodinamika ➡ nauka koja proučava kretanja tečnosti i čvrstih tijela u tečnosti zajedno s uzrocima zbog kojih kretanje nastaje

Hidrodinamika ➡ proučava sile koje djeluju na tečnost

Hidrodinamika ➡ ovisnost tih sila i kretanja nastalog **because act those forces**

Definisanje kretanja tečnosti:

poznati raspored v i p u svim tačkama strujnog polja i njihovu promjenu u $f(t)$

Zbog jednostavnijeg računa ➡ pojam **IDEALNE tečnosti**

IDEALNA TEČNOST:

-Potpuno nestišljiva

-Odsustvo temperaturnog širenja

-Odsustvo viskoziteta tj. sila trenja pri kretanju

3

• **Forces acting on the fluid:**

1) **zapreminske sile (vanjske sile)**

2) **površinske sile (unutarnje sile)**

- 1) **Zapreminske sile** ➡ -rezultat mase na koju djeluju i od koje potiču
-raspoređene unutar zapremine (prostora) tijela
-djeluju na svaki dio mase tijela

zapreminske sile:

- sila teže ➡ gravitacijske sile
- sile inercije (tromosti)

1. Sila težine se javlja zbog djelovanja sile teže: $FG = -\rho g dV$

2. Sila inercije je akceleracijsko djelovanje sile sadržano u inercijskoj reakciji tvari na koju sila djeluje: $m \frac{dv}{dt} = ma = \Sigma Fi = Fi$

4

- 2) Površinske sile $\Rightarrow$ -sile dodira između djelića tečnosti
 -sile dodira između djelića tečnosti i stijenke cijevi npr.
 -uočavaju se na presječnim $A \Rightarrow$ djeluju površinski

Površinske sile u hidrodinamici:

- okomita sila ili sila pritiska
- smičuća sila ili sila trenja

1. Sila p je rezultat djelovanja tečnosti na promatrane presječne površine:

$$F_N = -p dA$$
2. Smičuća sila je rezultat trenja tečnosti i stijenke:

$$F_T = \tau dA$$

5

- Proučavanje kretanja fluida $\Rightarrow$ **veoma složen zadatak.**

•Opšti slučaj kretanja potrebno je voditi računa o velikom broju veličina u cijeloj V koju zauzima fluid, a koje su $f(t)$.

•Zbog ove složenosti proučavanje se može pojednostavljivati na nekoliko načina:

- a) Idealizacije modela fluida pomažu da se matematički jednostavnije opiše kretanje ili mirovanje fluida.
- b) U slučaju kretanja fluida, pored p , ρ i external forces pojavljuje se v kretanja čestica fluida.
- c) Viskoznost se manifestuje tokom kretanja fluida.

•Istorijski $\Rightarrow$ mehanika fluida u domenu kretanja razvijala se u dva pravca:

1. Lagranžev (Joseph-Louis Lagrange) princip zasnovan na posmatranju čestice fluida koja se kreće, (kao u mehanici čvrstih tijela). Princip se sastoji u tome da se čestica fluida "prati" tokom njenog kretanja.

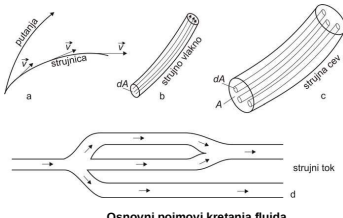
2. Ojlerov (Leonhard Euler) princip zasnovan na posmatranju cjelokupnog prostora koji zauzima fluid. "Prate" se promjene svih bitnih veličina u nekoj tački prostora koji zauzima fluid. Fluid se smatra potpuno plastičnom (deformabilnom) materijom koja u potpunosti ispunjava prostor.

6

•**Pojednostavljenje kretanja fluida** $\Rightarrow$ jednostavnije matematičko opisivanje (često se može usvojiti tako da se posmatrani parametri fluida u posmatranoj tački fluidnog prostora **ne mijenjaju tokom vremena**).

- U ovakvom slučaju ovakvo kretanje je **stacionarno ("ustaljeno")**.
- Kada se posmatrane veličine u nekoj tački **mijenjaju tokom vremena** kretanje je **nestacionarno ("neustaljeno")**.

OSNOVNI POJMOVI KRETANJA TEČNOSTI:



Osnovni pojmovi kretanja fluida

7

•**Putanja:** geometrijsko mjesto tačaka kroz koje je prošao fluidni djelić.

U oštem slučaju to je **kriva linija po kojoj se kretao posmatrani fluidni djelić**.

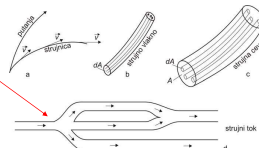
Naziva se i "trag" kretanja fluidnog djelića.

Pri stacionarnom kretanju strujnica i putanja se podudaraju (poklapaju) (slika a).

•**Strujno vlakno:** skup ("zbir") strujnica i predstavlja elementarnu (diferencijalnu) strujnu cijev (slika b).

•**Strujna cijev:** konačni zbir strujnih vlakana (slika c).

•**Strujni tok:** zbir više strujnih cijevi koje razgranjavaju i spajaju (razgranate cijevne mreže, rijeke sa kanalima i sl) (slika d).

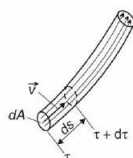


8

PROTOK

• **Protok (Q)** → količina fluida koja protekne kroz posmatranu A preseka u jedinici t.

• Definicija protoka može se odrediti na osnovu definicije ρ :



Definisanje protoka

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

$$dm = \rho dV = \rho ds dA$$

ds – elementarni pređeni put

dA – elementarna površina

dm – elementarna masa

9

• **Protok** → **maseni i zapreminski**

• **Maseni protok** se definiše na osnovu j-ne: $\frac{dm}{d\tau} = \rho \frac{ds}{d\tau} dA = \rho v dA$ (kg/s)

- $d\tau$ je elementarno vrijeme, koje je proteklo tokom prelaska puta ds,
- $ds/d\tau$ je trenutna v fluida u posmatranoj tački.

• **Zapreminski protok** određuje se: $d\dot{V} = dQ = \frac{dm}{\rho} = \frac{\rho v dA}{\rho} = v dA$ (m³/s)

10

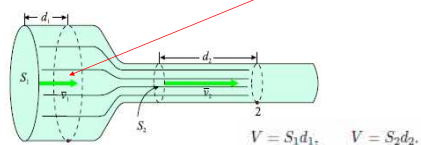
JEDNAČINA KONTINUITETA

• Šta se dešava kada cijev kroz koju protiče fluid nije istog A?

• Kada smanjimo A neke cijevi (teče voda) → teče većom v

slično na mjestima gdje se korito rijeke sužava

suprotno → proširenje riječnog toka → manja v tečenja



Jednačina kontinuiteta - objašnjenje

11

• Opšti zakon klasične fizike o održanju mase (materije) primjenjen na strujanje fluida = **jednačina kontinuiteta**.

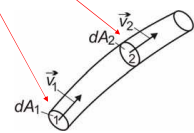
• Slučaj stacionarnog kretanja:

• Prethodno je definisan maseni protok fluida.

• Posmatramo elementarno strujno vlakno (sl. dole):

maseni protok duž njega će biti jednak, zato što se "masa ne može dobiti ni izgubiti".

• Zbog toga važi: $dm_1 = dm_2 = \dots = dm = \text{const}$ (A)



Proticanje fluida kroz strujno vlakno

12

* Na osnovu izraza za maseni protok: $\dot{m} = \frac{dm}{d\tau} = \rho \frac{ds}{d\tau} dA = \rho v dA$ (kg/s)

* J-nu (A) možemo pisati: $\rho_1 v_1 dA_1 = \rho_2 v_2 dA_2 = \dots = \rho v dA = \text{const}$ (B)

• J-na (B) je tražena jednačina kontinuiteta u elementarnom obliku.

• Kod nestišljivog fluida, ($\rho = \text{const}$), j-na se pojednostavljuje:

$$dQ = v_1 dA_1 = v_2 dA_2 = \dots = v dA = \text{const} \quad (C)$$

* Za strujnu cijev treba sabrati Q kroz strujna vlakna od kojih je cijev sastavljena

* Ukupni maseni protok kroz strujnu cijev je: $\dot{m} = \int_A \rho(\vec{v}, d\vec{A})$

* Za nestišljiv fluid: $Q = \int_A (\vec{v}, d\vec{A})$ (D)

13

* J-na kontinuiteta za strujnu cijev se formuliše za: $m = \text{const}$ ili $Q = \text{const}$

• Za praktičnu primjenu j-ne kontinuiteta koristimo pojam srednje brzine u strujnoj cijevi.

• Srednja v definiše se na slijedeći način:

$$\dot{m} = \int_A \rho(\vec{v}, d\vec{A}) = v_{sr} A \quad \Rightarrow \quad v_{sr} = \frac{\int_A (\vec{v}, d\vec{A})}{A}$$

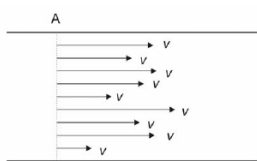
• Izraz u zagradi je skalarni proizvod vektora.

• Jednostavnije $v_{sr} = \frac{\int v dA}{A}$ (E)

v = komponenta brzine normalna na A poprečnog presjeka strujne cijevi.

Komponente v različitog intenziteta po presjeku.

14



Vrijednost normalne komponente brzine je različita po presjeku strujne cijevi

* Vrijednost integrala iz j-ne (E) jednaka je ukupnom protoku: $v_{sr} = \frac{Q}{A}$ (F)

• U mehanici fluida postoje i druge definicije v_{sr} , koje se primjenjuju u specifičnim slučajevima.

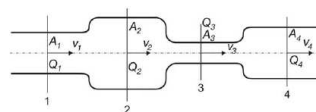
* J-na kontinuiteta za stacionarno strujanje kroz strujnu cijev:

$$\dot{m} = \rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2 = \dots = \rho v A = \text{const}$$

15

* Nestišljivi fluidi ($\rho = \text{const}$): $Q = v_1 A_1 = v_2 A_2 = \dots = v A = \text{const}$ (G)

* Primjer strujne cijevi (mijenja se A presjeka):



* J-na kontinuiteta: $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = A_1 v_1 = A_2 v_2 = A_3 v_3 = A_4 v_4$ (H)

J-na kontinuiteta:

- veća v fluida gdje je A manja i obratno

- fluid ubrzava u smjeru suženja cijevi $\Rightarrow$ u tom smjeru djeluje i sila

- sila nastaje kao rezultat razlike p

- p veći u užem ili širem dijelu cijevi?

veći p u širem dijelu cijevi $\Rightarrow$ manja v tečenja !!!

16

OSNOVNA J-NA KRETANJA FLUIDA (OJLEROVA DIFERENCIJALNA J-NA ZA KRETANJE FLUIDA)

•Uzmimo  neviskoznan fluid u stacionarnom tečenju

•J-na statike fluida: $\vec{F} = \frac{1}{\rho} \text{grad} p$ 

To je vektorska j-na i naziva se **Ojlerova jednačina za miran fluid**.

Skalarni oblik ove j-ne u pravouglom Dekartovom koordinatnom sistemu glasi:

$$X = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad Y = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad Z = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}$$

•Rješenje Ojlerove j-ne za miran fluid jednostavno ako je:

$\rho = \text{const}$ (nestišljivi fluid) ili poznata funkcija $\rho = \rho(p)$

17

•Kretanje neviskoznih fluida  spoljne sile i inercijalne sile.

•One su posljedica Njutnovog zakona: $F_i = ma = m \frac{dv}{dt}$

•Za jediničnu masu fluida ovaj zakon glasi: $F_i = \frac{dv}{dt}$

•Dinamička j-na ravnoteže fluida = ravnoteža unutrašnjih i spoljnih sila (statika fluida) i ravnoteža inercijalnih sila:

$$F_i = \vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p \quad \frac{dv}{dt} = \vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p$$

•Vektorska j-na razlaže se u skalarni oblik, u pravouglom Dekartovom koordinatnom sistemu:

$$\frac{dv_x}{dt} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (2)$$

$$\frac{dv_z}{dt} = Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (3)$$

18

Kada j-nu (1) pomnožimo sa dx ; j-nu (2) sa dy ; j-nu (3) sa dz :

$$\frac{dv_x}{dt} dx = X dx - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} dx$$

$$\frac{dv_y}{dt} dy = Y dy - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} dy$$

$$\frac{dv_z}{dt} dz = Z dz - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} dz$$

Sabiranjem ove tri j-ne dobijamo:

$$\frac{dv_x}{dt} dx + \frac{dv_y}{dt} dy + \frac{dv_z}{dt} dz = Y dy + X dx + Z dz - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} dx - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} dy - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} dz$$

Preuređenjem ove j-ne dobijamo:

$$\frac{dx}{dt} \frac{dv_x}{dx} + \frac{dy}{dt} \frac{dv_y}{dy} + \frac{dz}{dt} \frac{dv_z}{dz} = Y dy + X dx + Z dz - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) \quad (4)$$

Dobijamo komponente brzine u pravcima pojedinih koordinata.
Uočavamo totalni diferencijal pritiska dp .

19

J-na (4) dobija slijedeći oblik:

$$v_x \frac{dv_x}{dx} + v_y \frac{dv_y}{dy} + v_z \frac{dv_z}{dz} = Y dy + X dx + Z dz - \frac{1}{\rho} dp \quad (5)$$

Brzina fluida u nekoj tački: $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$

Nakon diferenciranja i dijeljenja sa 2, j-na (5) poprima oblik:

$$d\left(\frac{v^2}{2}\right) = v_x dv_x + v_y dv_y + v_z dv_z$$

odnosno

$$d\left(\frac{v^2}{2}\right) = Y dy + X dx + Z dz - \frac{1}{\rho} dp \quad (6)$$

J-na (6) je **Ojlerova jednačina za kretanje fluida**.
(važi za stacionarno strujanje i za neviskozni fluid).

Ojlerova diferencijalna jednačina kretanja je opšti zakon

20

BERNOULLI-EVA JEDNAČINA

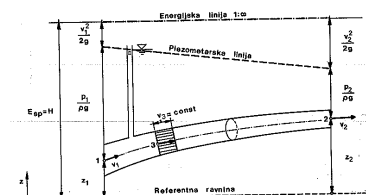
- Temeljna važnost
- U hidraulici najveća primjena
- Primjena za ustaljeno (stacionarno) i neustaljeno (nestacionarno) tečenje
- Puni izražaj kod strujanja realne tečnosti

BERNOULLI-EVA J-NA IDEALNE TEČNOSTI

- **Pretpostavka:** ustaljeno tečenje, nestišljiva tečnost, bez temp. širenja i viskoziteta
- **Djelovanje:** vlastita težina F_G , sila pritiska F_N i sila tromosti F_t
- Bernoulli-eva j-na u visinskom obliku:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = H = E_{sp} = \text{const}$$

21



$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = H = E_{sp} = \text{const}$$

z_1 – visina položaja posmatrane tačke (m)

p_1 – pritisak u istoj tački (N/m²)

ρ – gustina tečnosti (kg/m³)

v_1 – srednja brzina u presjeku toka (m/s)

$H = E_{sp}$ – energetska visina (m)

g – ubrzanje polja sile teže (m/s²)

22

- **Energetska visina ($H = E_{sp}$)** = energija jedinice mase tečnosti uzete s obzirom na proizvoljno odabranu horizontalnu ravan kao referentnu ravan.

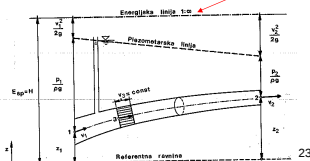
- Bernoulli-eva j-na = zakon stalnosti specifične mehaničke (potencijalne i kinetičke) energije idealne tečnosti u strujanju

- Član z = visina svih položaja različitih tačaka toka iznad referentne ravni

- Član z = GEOMETRIJSKA (GEODETSKA) VISINA POLOŽAJA

- Član $p/\rho g$ = TLAČNA VISINA

- Član $v^2/2g$ = BRZINSKA VISINA



23

- Zbir $z + p/\rho g$ = prostorna tzv. PIJEZOMETARSKA LINIJA (Π)

- Do Π će se podići voda u manjoj cijevi spojenoj na cijev

- U vodovodnoj mreži: razvod vode po vertikali moguć jedino do Π linije

- Promjena Π linije ($z + p/\rho g$) po jedinici dužine = PIJEZOMETARSKI PAD

- **Bernoulli-eva j-na za idealnu tečnost:** za sve tačke zadane linije toka je suma tri visine (visine položaja, tlačne visine i brzinske visine) **STALNA VELIČINA**

- **Realna tečnost:** postoji trenje (specifična mehanička energija duž toka opada)

- Razlog opadanju: jedan dio energije se bespovratno pretvara u toplinsku energiju prilikom savladavanja otpora koji se javljaju u realnoj tečnosti prilikom tečenja

24

BERNOULLI-EVA JEDNAČINA REALNE TEČNOSTI

•Ustaljeno tečenje nestišljive tečnosti (visinski oblik Bernoulli-eve j-ne) između dva presjeka:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \Delta H \quad (1)$$

α = CORIOLISOV KOEFICIJENT (KOEFIJICIENT KINETIČKE ENERGIJE)

α = odnos stvarne kinetičke E sekundne mase tečnosti prema kinetičkoj E određenoj iz uslova da su v u svim tačkama proticajne $P = v_{sr}$

$$\alpha = \frac{\int_A v^3 dA}{v^3 A} \geq 1$$

•U hidrotehnici (strujanje u cijevima): $\alpha=1,0$

•U hidrotehnici (otvoreni vodotovi) $\alpha=1,1$

25

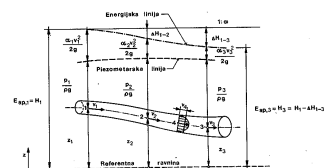
ΔH = dio specifične E utrošen na savladavanje otpora strujanju tečnosti (m)

ΔH = rad svih sila otpora koji se odnosi na jedinicu mase viskozne tečnosti pri njenom strujanju iz presjeka 1 u presjek 2

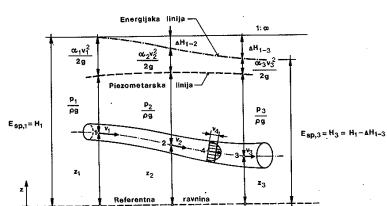
•J-na (1) sadrži **ZAKON ODRŽANJA ENERGIJE** ("ZOE")

•"ZOE" primjenjen na tečnosti: **ukupna promjena E posmatrane V tečnosti u t jednaka je radu svih sila koje u tom vremenu djeluju na tečnost**

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \Delta H \quad (1)$$



26



II linija može duž toka rasti, a linija **E** uvijek opada (razlika od idealne tečnosti)

•Jednoliki pad E linije: odnos gubitaka ΔH (m) prema dužini dionice ΔL (m) na kojoj nastaje gubitak zove se **HIDRAULIČKI PAD** (I_E)

$$I_E = \frac{\Delta H}{\Delta L}$$

•Za primjenu Bernoulli-eve j-ne kod realnih tečnosti moramo **odrediti hidrauličke gubitke** (simbol ΔH)

27

VRSTE STRUJANJA

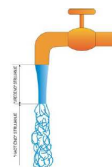
•Tečnosti struje "uređeno" ili "haotično"

•**Posmatranju vode koja ističe iz slavine:**

•Kada se slavina malo otvori, na gornjem dijelu toka, blizu izlaznog dijela slavine, voda struji "uređeno".
•Malo niže počinje "haotično" kretanje vode.

•Utvrdjeno da **vrsta strujanja utiče na ukupne gubitke fluidne energije pri strujanju.**

•Zapaženo je da **pri većim brzinama fluida dolazi do pojave "haotičnog" strujanja.**



28

STRUJANJE (TEČENJE) TEČNOSTI:

• Strujanje vode u prirodi je neustaljeno (nestacionarno)

•Neustaljeno (nestacionarno) strujanje:

• v i p se mijenjaju $f(t)$

• $v=v(x,y,z,t)$ $p=p(x,y,z,t)$

•Ustaljeno (stacionarno) strujanje:

• v i p su const. tokom t

• $v=v(x,y,z)$ $p=p(x,y,z)$

•Jednoliko (ravnomierno) strujanje:

• Poseban slučaj ustaljenog strujanja

• Raspored v i p u jednom presjeku ostaju isti duž cijelog toka

•Nejednako (neravnomierno) strujanje:

• Opšti slučaj ustaljenog strujanja i veličina poprečnog profila se mijenja

29

• Strujanje tečnosti:

a) Strujanje pod pritiskom: npr. vodovodna mreža – strujanje se odvija pod dejstvom razlike pijezometarskih pritisaka u vodi

b) Strujanje sa slobodnim nivoom: npr. u rijekama, kanalima, kanalizacionoj mreži – formira se pod dejstvom zemljine težie

Na slobodnoj površini vode vlada atmosferski pritisak !!!

• U ovisnosti od v i ν tečnosti i D protočnog presjeka imamo:

- 1) Laminarno strujanje: strujnice tečnosti imaju paralelan tok i ne miješaju se
- 2) Turbulentno strujanje: strujnice tečnosti imaju vrtložan tok

30

•Reynolds proučavao fenomen "uređenog" i "haotičnog" strujanja.

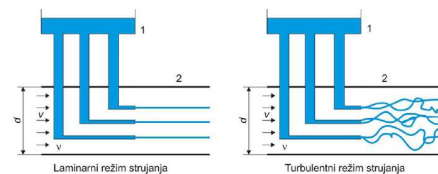
- U osnovni tok fluida upuštao je obojeni fluid iz posebnog rezervoara.
- Ekperimentisao sa različitim fluidima (i tečnim i gasovitim).
- U eksperimentima mijenjao v strujanja osnovnog fluida.
- Ekperimentisao i sa različitim prečnicima cijevi u kojoj je strujao fluid.
- Izveo veoma veliki broj eksperimenata.
- Zapazio da promjena režima strujanja zavisi od vrste fluida, odnosno njegove viskoznosti, od v strujanja i od D cijevi u kojoj fluid struji.
- "Uređeno" strujanje je nazvao laminarno strujanje.
- "Haotično" je nazvao turbulentno strujanje.

- Postupnim povećavanjem brzine fluida u cijevi dostizao je moment kada je laminarno strujanje prelazilo u turbulentno.
- Na velikom broju ponovljenih eksperimenata za isti fluid i za istu cijev, uvek pri određenoj v fluida dolazilo je do promjene režima strujanja.
- Njegov veliki doprinos nauci bio je taj što je uspio da utvrdi kriterijum pri kome dolazi do prelaska laminarnog u turbulentno strujanje.
- Taj kriterijum kasnije je nazvan baš po Reynoldsu i zove se Reynoldsov broj.
- Definisan na slijedeći način:

$$Re = \frac{vd}{\nu}$$

31

Reynoldsov eksperiment



Reynoldsov eksperiment (1 – posuda sa obojenim fluidom, 2 – strujna cev)

32

• Reynolds eksperimentima utvrdio:

promjena režima strujanja nastajala je pri tačno određenoj vrijednosti Reynoldsovog broja, bez obzira na vrstu fluida, ν fluida i D cijevi.

• Laminarno strujanje uvijek je postojalo za vrijednosti $Re \leq 2320$.

• Turbulentno strujanje uvijek je postojalo pri strujanjima za koje je bilo $Re \geq 10000$.

• Pažljivim povećanjem ν strujanja iznad $Re = 2320$ može se održati laminarno strujanje, ali je ono nestabilno, i lako se promjeni u turbulentno.

• Ako se snižava vrijednost Reynoldsovog broja ispod 10000 može da postoji turbulentni režim.

• Zbog ovih činjenica strujanje u području definisanim opsegom $2320 \leq Re \leq 10000$ naziva se **prelazni režim strujanja**.

• U ovom području moguće je da postoji i laminarno i turbulentno strujanje.

• Na osnovu ovoga imamo:

$Re \leq 2320$	Laminarni režim strujanja
$2320 \leq Re \leq 10000$	Prelazni režim strujanja
$Re \geq 10000$	Turbulentni režim strujanja.

33

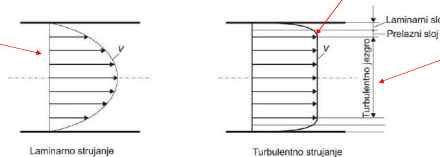
• Režim strujanja utiče na brzinsko polje fluida u cijevi.

• Ovo polje naziva se i profil ν fluida u cijevi.

• Ako je strujanje fluida u cijevi laminarno profil ν fluida u cijevi definisan je parabolom.

• U slučaju turbulentnog strujanja profil ν je ravnomjerniji, ali pri tome treba znati da je **uz zidove cijevi strujanje laminarno, a u jezgri cijevi je turbulentno**.

• Između laminarnog i turbulentnog područja nalazi se područje prelaznog režima strujanja.



34

ODREĐIVANJE GUBITAKA FLUIDNE ENERGIJE

• Proširena Bernoulli-eva j-na, koja se odnosi na viskozni fluid pruža mogućnost za razne proračune strujanja:

$$\frac{v_1^2}{2} + gz_1 + \frac{p_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + gz_2 + \frac{p_2}{\rho} + \sum_1^2 H_g$$

• Treba poznavati član jednačina: $\sum_1^2 H_g$

• Veliki broj istraživača radio je na određivanju vrijednosti ovog člana j-ne.

• Ovi gubici se određuju eksperimentalno.

• Uniformnost određivanja gubitaka fluidne energije je postignuta tako što se uzima da je gubitak fluidne energije proporcionalan kinetičkoj energiji fluida.

• Za svaki pojedinačni uzrok nastanka gubitka eksperimentom je utvrđeno na koji način on zavisi od kinetičke energije fluida.

$$H_{g_i} = \xi_i \frac{v^2}{2}$$

35

$$H_{g_i} = \xi_i \frac{v^2}{2}$$

• ξ_i = koeficijent otpora, koji se određuje eksperimentalno.

• Specifičnost pojedinih vrsta otpora iskazana je vrijednošću ovog koeficijenta.

• Generalno, gubici fluidne energije razvrstavaju se u dvije vrste:

• Prva vrsta **gubitaka su oni koji nastaju pri strujanju kroz prave cijevi**, a druga vrsta je ona koja nastaje zbog promjene pravca strujnice i zbog promjena lokalnih ν fluida. Ova druga vrsta gubitaka naziva se **lokalni gubici fluidne energije**.

36

Gubici fluidne energije pri strujanju kroz prave cijevi

- Uticaj većeg broja faktora

- Nikuradze eksperimentima utvrdio da su to slijedeći faktori:
 e – hrapavost unutrašnje površine cijevi,
 d – prečnik cijevi,
 ν – kinematska viskoznost,
 v – brzina fluida i
 l – dužina cijevi.



- Nikuradze postavio slijedeću zavisnost: $H_{gr} = H_{gr} \left(\frac{e}{d}, Re, l \right)$

e/d = relativna hrapavost

37

- Darcy je postavio izraz za linijske gubitke: $H_{gr} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2}$ (A)

λ = koeficijent trenja u pravim cijevima.

- Dalja istraživanja usmjerena ka iznalaženju načina određivanja koeficijenta trenja λ

- Značajan doprinos u ovoj oblasti dao je Mudi (Moody).

Moody:

- obradio područje laminarnog, prelaznog i turbulentnog strujanja
- za laminarni režim utvrdio da hrapavost ne utiče na koeficijent trenja.
- kod laminarnog režima strujanja ($Re \leq 2320$) koeficijent trenja se određuje na slijedeći način:

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (B)$$

- Koeficijent trenja zavisi od v , D cijevi i kinematske viskoznosti.
- U slučaju turbulentnog strujanja proračun gubitaka nešto složeniji.

38

- Mudi (Moody) nastavio istraživanja Nikuradze-a i formirao dijagram, na osnovu koga se određuje koeficijent trenja (Mudijev dijagram).

- Dijagram je izrađen u logaritamskim koordinatama.

- Na apscisi je Reynoldsov broj Re , a na ordinati koeficijent trenja λ .
- Obe kordinate su logaritamske.

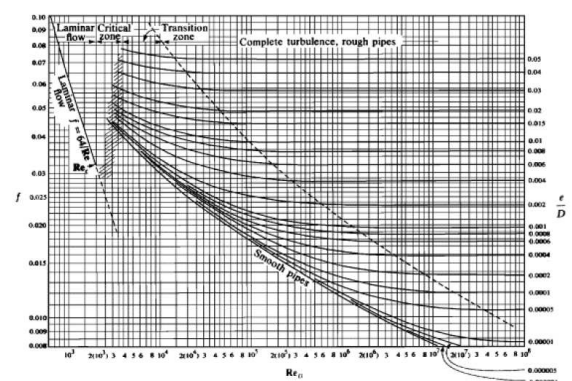
- U lijevom dijelu dijagrama je laminarno područje ($Re \leq 2320$).

- Linija zavisnosti koeficijenta trenja od Reynoldsovog broja je prava zbog logaritamskih koordinata.
- Ta zavisnost je, inače, hiperbola.

- U desnom dijelu dijagrama, za $Re \geq 2320$, povučene su linije različitih relativnih hrapavosti e/d .

39

Moody-ev dijagram



•Procedura određivanja koeficijenta trenja, u nekom konkretnom slučaju, je slijedeća:

1. Izračunavanje vrijednosti Reynoldsovog broja,
2. Određivanje režima strujanja,
3. Ako je $Re \leq 2320$, strujanje je laminarno i koristi se jednačina (B),
4. Ako je $Re \geq 2320$, strujanje je prelazno ili turbulentno (određuje relativna hrapavost e/d).

•Na bazi ove vrijednosti se pronalazi odgovarajuća kriva u Mudijevom dijagramu.
•Ako je potrebno obavlja se interpolacija.

•Sa apscise gde je nanešena izračunata vrednost Reynoldsovog broja povlači se vertikalna prava linija do presjeka sa određenom linijom relativne hrapavosti.
•Iz tačke tog presjeka povlači se horizontalna prava do ordinate gde se očitava vrednost koeficijenta trenja λ .

•Nakon određivanja koeficijenta trenja koristi se izraz (A) za određivanje gubitaka fluidne energije u pravim cijevima.

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (B) \quad Hgtr = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2} \quad (A)$$

41

•Cijevi nisu kružnog poprečnog preseka:

- Reynoldsov broj se izračunava na osnovu hidrauličkog radijusa:

$$Re = \frac{4vRh}{\nu}$$

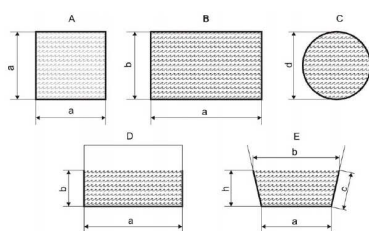
R_h = hidraulički radijus.

R_h se određuje na sledeći način: $Rh = \frac{A}{O}$

A = P poprečnog presjeka

O = okvašeni obim poprečnog presjeka

42



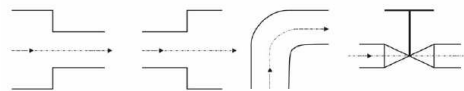
Oznaka na sl. 4.13.	Presjek strujne cevi	Površina A	Okvašeni obim O	Hidraulički radijus R_h
A	Kvadrat	a^2	$4a$	$\frac{a}{4}$
B	Pravougaonik	$a \times b$	$2(a+b)$	$\frac{a \times b}{2(a+b)}$
C	Krug	$\frac{d^2 \pi}{4}$	$d\pi$	$\frac{d}{4}$
D	Pravougaonik	$a \times b$	$2b + a$	$\frac{a \times b}{2b + a}$
E	Trapez	$\frac{a+b}{2} \times h$	$a + 2c$	$\frac{(a+b)h}{2(a+2c)}$

43

LOKALNI GUBICI FLUIDNE ENERGIJE

•Zbog promjene pravca strujnica i zbog promjene v strujanja na pojedinim mjestima duž strujanja javljaju se dodatni, lokalni gubici fluidne energije.

•Primjeri za to: skretanje fluida (koljeno), cijevni zatvarači (ventili, zasuni i slavine), proširenja cijevi, suženja cijevi, filteri, račve itd



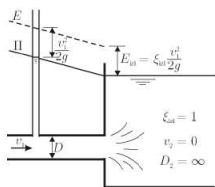
•Lokalni gubici: $Hg = \xi \frac{v^2}{2}$

ξ = koeficijent lokalnog otpora.

ξ : određuje se pomoću literature, u kojoj su sistematizovani različiti slučajevi i date vrijednosti za koeficijent lokalnog otpora.

44

a) Gubitak energije na spoju kraja cijevi i rezervoara:



-Spoj cijevi i rezervoara (slika)

-U cijevi teče voda brzinom v_1 i ima kinetičku energiju $v_1^2/2g$

-Poprečni presjek $R \gg$ poprečni presjek cijevi $D \Rightarrow$ sva kinetička energija transformiše se u toplotu

-Koeficijent lokalnog gubitka energije na izlazu iz cijevi ξ_{izl} :

$$\xi_{izl} = 1,$$

45

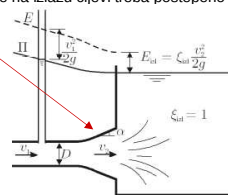
- Energija koja se izgubi na izlazu (E_{izl}):

$$E_{izl} = \xi_{izl} \frac{v_1^2}{2g}$$

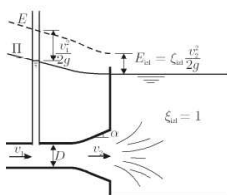
-Vrijednost koeficijenta lokalnog gubitka na izlazu iz cijevi (ξ_{izl}) **NE MOŽE** se promijeniti.

-Želimo smanjiti gubitke energije (E_{izl}) zbog npr. proizvodnje električne energije u HE,

onda poprečne presjeke na izlazu cijevi treba postepeno proširiti (slika dole)



46



-Cijev sa difuzorom (kraj cijevi se širi i tu imamo brzinu $v_2 < v_1$)

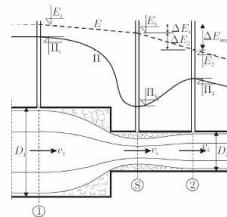
-Koeficijent lokalnog gubitka (ξ_{izl}) je isti

-BITNO: zbog smanjenja brzine (v_2) smanjuje se i E_{izl}

-Ugao difuzora (α) određuje se hidrauličkim modelskim ispitivanjima

47

b) Gubitak energije na suženju cijevi



- Smanjenje poprečnog presjeka cijevi

- Na mjestu suženja, pri tečenju fluida nastaje gubitak energije

- Gubitak na suženju sastoji se iz dva dijela:

1. U prvom dijelu dolazi do suženja poprečnog presjeka struje u pravcu tečenja te nastaje manji dio ukupnog gubitka energije ΔE_1
2. U drugom dijelu, u pravcu tečenja, poprečni presjeci struje se šire i stvaraju drugi i veći dio gubitka energije ΔE_2 .

48

- Poprečni presjek je najuži na presjeku "S"
- Presjek "S" usljed kontrakcije mlaza poprečni presjek manji od presjeka manje cijevi

Zaključak:

Struja vode lakše "prati" suženje od proširenja

Smanjenje energije na suženju ($\Delta E_{\text{suž}}$):

$$\Delta E_{\text{suž}} = \xi_{\text{suž}} \frac{v_2^2}{2g}, \quad (\text{A})$$

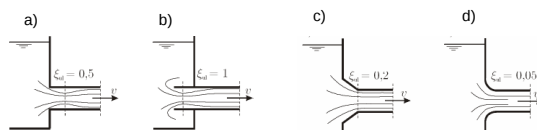
Prema eksperimentima, koeficijent gubitka energije na suženju ($\xi_{\text{suž}}$):

$$\xi_{\text{suž}} = 0,5 \left(1 - \frac{D_2}{D_1}\right)^{3/4}. \quad (\text{B})$$

49

c) Gubitak energije na ulazu u cijev

- Spoj **R** i cijevi, gdje fluid ulazi u cijev, shvatamo kao suženje
- Mogući razni oblici ulaza u cijev:
 - a) Oštroivični ulaz
 - b) Upuštena cijev u **R**
 - c) Pravolinijski oblikovani ulaz
 - d) Hidraulički oblikovani ulaz



50

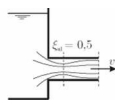
a) Oštroivični ulaz: važe izrazi (A) i (B)

- U **R**, **v** zanemarljiva i **D₁** teži beskonačnosti, te je lokalni gubitak na ulazu:

$$\Delta E_{\text{ul}} = \xi_{\text{ul}} \frac{v^2}{2g}, \quad (\text{C})$$

- Koeficijent lokalnog gubitka na ulazu:

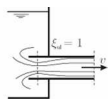
$$\xi_{\text{ul}} = 0,5,$$



b) Cijev upuštena u **R**:

- Djelci fluida teže ulaze u cijev $\Rightarrow$ trajektorije više odstupaju od pravih linija
- Lokalni gubici veći od oštroivičnog ulaza
- Koeficijent lokalnog gubitka energije ξ_{ul} :

$$\xi_{\text{ul}} = 1,0, \quad \text{Važi izraz (C) !!!}$$

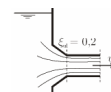


51

c) Pravolinijski oblikovani ulaz:

- Smanjuju se lokalni gubici energije

$$\xi_{\text{ul}} = 0,2. \quad \text{Važi izraz (C) !!!}$$



d) Hidrauličko oblikovanje ulaza u cijev:

- Znatno smanjuje koeficijent lokalnog gubitka pa tako i gubitak energije

$$\xi_{\text{ul}} = 0,05. \quad \text{Važi izraz (C) !!!}$$

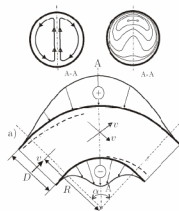


ZAPAZANJE:

Oblikovanjem ulaza cijevi u **R** možemo smanjiti lokalne gubitke energije na ulazu !

52

d) Gubitak energije na kružnoj krivini

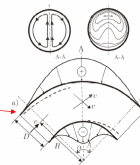


- Strujanje fluida u cijevi koja ima kružnu krivinu (koljeno)
- Strujanje u koljenu: **osnovno** (kao i kod prave cijevi) i **sekundarno**
- U krivini se **formiraju dva helikoidna strujanja** (simetrična u odnosu na osu cijevi)
- Posljedica ovakvog strujanja: **max. v se premještaju prema spoljnoj strani**
- p na spoljnoj strani krivine uvijek > od unutrašnje strane**

53

- Koefficient lokalnog gubitka energije na krivini:

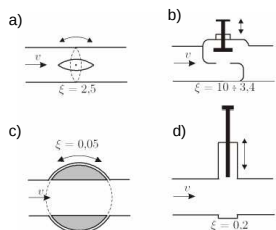
$$\xi_{kr} = \xi_{kr} \left(\alpha, \frac{R}{D}, Re \right)$$



- Uticaj **Re** broja na gubitak energije u krivini **NIJE** toliko značajan
- Npr. u hrapavoj cijevi turbulencija je jače izražena $\Rightarrow$ **uticaj Re na lokalne gubitke energije manji od uticaja za glatku cijev**

54

e) Gubitak energije na zatvaraču



Koefficienti lokalnih gubitaka zatvarača:

- Leptirasti zatvarač
- Pločasti zatvarač
- Loptasti zatvarač
- Tablasti zatvarač

- Zatvarači na cijevima prouzrokuju lokalne gubitke energije
- Tip zatvarača f-ja veličine lokalnih gubitaka

55

REZIME

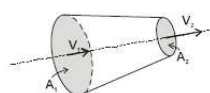
TEČENJE U CIJEVIMA POD PRITISKOM – osnovne jednačine

- Podrazumijevamo slijedeće:

- Fluid **nestišljiv** ($p=\text{const}$)
- Ustaljeno tečenje ($\partial/\partial t=0$)

1) JEDNAČINA KONTINUITETA:

- Načelo o nepromjenjivosti mase primijenjeno na fluidnu struju između dva presjeka



$$V_1 A_1 = V_2 A_2$$

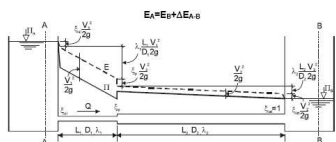
$$Q_1 = Q_2$$

- v** – srednja brzina u presjeku
- A** – površina poprečnog presjeka
- Q** – protok **V** fluida u jedinici **t**

56

2) ENERGETSKA JEDNAČINA:

- Načelo o održanju mehaničke energije primjenjeno na fluidnu struju između dva presjeka



Ukupna energija fluidne struje u uzvodnom presjeku = ukupnoj energiji fluidne struje u nizvodnom presjeku, uvećanoj za gubitke energije od uzvodnog do nizvodnog presjeka.

$$E_A = \Pi_A + \frac{V_A^2}{2g} \quad \text{Ukupna energija fluidne struje po jedinici težine u uzvodnom presjeku (potencijalna + kinetička)}$$

$$E_B = \Pi_B + \frac{V_B^2}{2g} \quad \text{Ukupna energija fluidne struje po jedinici težine u nizvodnom presjeku (potencijalna + kinetička)}$$

$$\Delta E_{A-B} \quad \text{Gubici energije po jedinici težine od uzvodnog do nizvodnog presjeka}$$

57

Vrste gubitaka:

λ – koeficijent trenja

ξ – koeficijent lokalnog gubitka

L – dužina cijevi

D – prečnik cijevi

v – srednja brzina u presjeku

$$\text{- linijski: } \Delta E_{\text{lin}} = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$

$$\text{- lokalni: } \Delta E_{\text{lok}} = \xi \frac{v^2}{2g}$$

BITNA NAPOMENA:

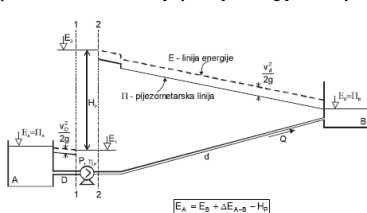
U formuli (obrascu) za računanje lokalnih gubitaka uzimamo **NIZVODNU BRZINU**, osim kod izlaza cijevi u rezervoar gdje se uzima brzina u cijevi.

Kod potopljenog izlaza cijevi u rezervoar, koeficijent lokalnog gubitka **UVIJEK** je $\xi_{\text{izl}}=1$.

58

HIDRAULIČKE MAŠINE – izmjena energije između fluida i čvrste pokretne granice

1) PUMPE (hidrauličke mašine koje predaju energiju fluidu)



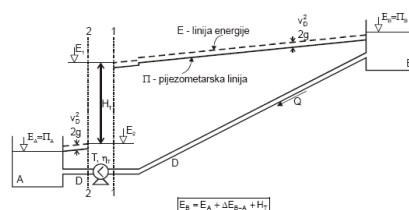
H_p – visina dizanja pumpe ($H_p = E_2 - E_1$)

η_p – koeficijent korisnog dejstva pumpe

N_p – snaga pumpe (W) $N_p = \rho g Q H_p / \eta_p$

59

2) TURBINE (hidrauličke mašine koje prenose energiju sa fluida na turbinu)



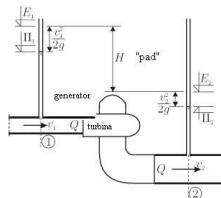
H_T – spuštanje ili pad turbine ($H_T = E_1 - E_2$)

η_T – koeficijent korisnog dejstva agregata

N_T – snaga turbine (W) $N_T = \rho g Q H_T \eta_T$

60

TURBINA = hidraulička mašina kojom se mehanička energija fluida prenosi na obrtno kolo



Slika:
E i Π linija uzvodno i
nizvodno od turbine

Prema slici: razlika energije uzvodno i nizvodno od turbine iznosi $H = E_1 - E_2$

H – smanjenje energije ili "pad"

- Ako se fluid mase **m** spusti za visinu **h** njegova potencijalna **E** (**E_p**) mijenja se za:

$$E_p = m g h$$

61

-Masa fluida: **m** = $\rho \Delta V$

-Smanjenje potencijalne energije u jedinici vremena:

$$S_p = \frac{E_p}{\Delta t} = \frac{\rho g \Delta V h}{\Delta t}$$

Količnik $\Delta V / \Delta t$ je jednak protoku **Q**, te imamo:

$$S_p = \rho g Q h \quad (a)$$

Kinetička energija:

- Ako fluid mase **m** ima brzinu strujanja **v**, njegova kinetička energija **E_k**:

$$E_k = \frac{m v^2}{2}$$

Smanjenje kinetičke energije (**S_k**) u jedinici vremena:

$$\begin{aligned} S_k &= \frac{E_k}{\Delta t} \\ &= \frac{\rho \Delta V v^2}{2 \Delta t} \\ &= \rho g Q \frac{v^2}{2g} \end{aligned} \quad (b)$$

62

- Iz j-na (a) i (b) $\Rightarrow$ smanjenje energije u jedinici vremena = **snaga**:

$$S = S_p + S_k$$

odnosno:

$$S = \rho g Q H$$

Snaga turbine:

$$S_t = \eta_t S$$

η_t – koef korisnog dejstva turbine (**$\eta_t < 1$**)

Gubici energije u turbini su posljedica:

- Trenja u ležajevima
- Gubitak vode za hlađenje
- Hidrauličkih gubitaka u turbini (trenje i lokalni gubici)

63

Snaga generatora: $S_g = \eta_g S$ **η_g** – koef korisnog dejstva generatora (**$\eta_g < 1$**)

Gubici energije u generatoru:

- Pri pretvaranju mehaničke **E** u električnu **E**
- Kada se dio mehaničke **E** pretvara u toplotnu **E**

64

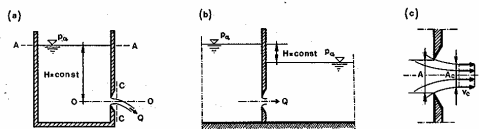
USTALJENO ISTICANJE

- Isticanje kroz oštrobridne otvore
- Oštrobridni otvor = rubovi otvora zaoštreni tako da d stijenke ne utiče na oblik mlaza

Slučajevi isticanja:

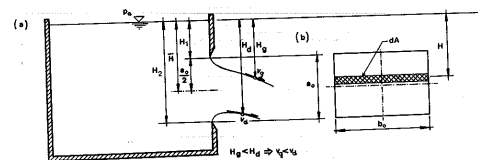
a) Isticanje kroz male i velike (visoke) otvore

b) Nepotopljeno (slobodno) i potopljeno isticanje



Ustaljeno isticanje kroz mali otvor: a) nepotopljeno isticanje b) potopljeno isticanje c) suženje mlaza

65



Ustaljeno isticanje kroz visoki otvor: a) geometrija isticanja b) geometrija otvora

• Podjela isticanja prema veličini otvora $\Rightarrow$ f-ja Δv u poprečnom presjeku mlaza

• Mali otvori $\Rightarrow v$ praktično const. u poprečnom presjeku mlaza

• Mali otvori $\Rightarrow$ tlačna visina H iznad otvora je velika u usporedbi sa dimenzijama otvora

• Visoki otvori $\Rightarrow$ razlika v na gornjoj i donjoj slobodnoj strujnici mlaza je znatna

66

Podjela prema načinu isticanja mlaza:

a) Nepotopljeno isticanje = mlaz slobodno ističe u atmosferu

b) Potopljeno isticanje = otvor se nalazi ispod nivoa donje vode

ISTICANJE KROZ MALE OTVORE:

• Strujnice u otvoru nisu paralelne

• Na određenoj udaljenosti od otvora zakrivljenost strujnica se smanjuje $\Rightarrow$ paralelne

• Pri tome nastaje smanjenje presjeka mlaza

• Suženi presjek = presjek najbliži otvoru u kojem je isticanje sa praktično usporednim strujnicama

• A_c (m²) = površina suženog presjeka mlaza

• A (m²) = površina otvora

$$\epsilon_c = \frac{A_c}{A} \quad \text{Koeficijent suženja (kontrakcije)}$$

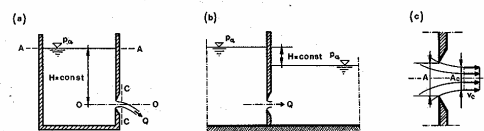
67

Problem kod analize isticanja kroz otvore:

- Određivanje v isticanja (v_c) u suženom presjeku mlaza

- Određivanje protoka isticanja (Q)

• Za određivanje ovih veličina polazimo od Bernoulli-jeve j-ne za presjke A-A i C-C (referentna ravan 0-0)



Ustaljeno isticanje kroz mali otvor: a) nepotopljeno isticanje b) potopljeno isticanje c) suženje mlaza

Pretpostavljamo slobodno isticanje idealne tečnosti:

68

$$H = \frac{v_{ci}^2}{2g} \Rightarrow v_{ci} = \sqrt{2gH}$$

v_{ci} = v isticanja idealne tečnosti u suženom presjeku mlaza

v_c = stvarna v isticanja u suženom presjeku mlaza ($v_c < v_{ci}$)

$$v_c = \varphi v_{ci} = \varphi \sqrt{2gH} \quad \varphi = \text{koeficijent brzine}$$

$$\varphi = \frac{v_c}{v_{ci}} < 1$$

Iz j-ne kontinuiteta: $Q = v_c A_c$

Nakon uvršavanja, dobijamo protok, Q : $Q = \varphi \epsilon_c A \sqrt{2gH} = \mu A \sqrt{2gH}$

To je proizvod koeficijenta brzine (φ) i koeficijenta suženja (ϵ_c) prikazan koeficijentom isticanja (μ)

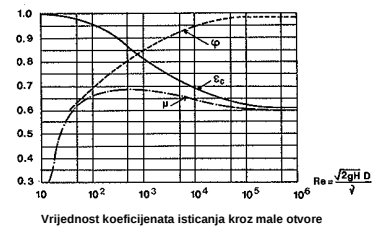
69

• Za primjenu navedenih izraza poznavati vrijednost koeficijenta φ i ϵ_c , odnosno μ .

• Koeficijenti se određuju eksperimentalnim istraživanjima

• Istraživanja Altšulja (1970): dijagram vrijednosti koeficijenta φ , ϵ_c i μ za kružne otvore u f-ji Re broja

• Sa dijagrama: $Re > 100000 \Rightarrow$ koeficijenti imaju stalne vrijednosti



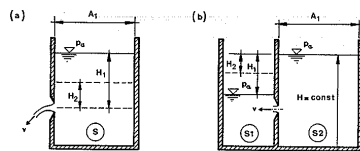
70

NEUSTALJENO ISTICANJE

• Kod isticanja uz rezervoara pod promjenjivim p

• Kada se nivo tečnosti u rezervoaru smanjuje prilikom isticanja

• Isticanje kroz potopljen otvor u prostor sa tečnošću u kojem se nivo mijenja



a) nepotopljeno isticanje b) potopljeno isticanje

• I pod a) i pod b) u svakom trenutku se mijenjaju aktivni pritisak i Q , tj. v

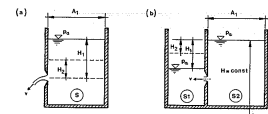
• Zbog toga strujanje je nestacionarno

71

• **Karakteristika:** - pretpostavlja se lagana vremenska promjena nivoa tečnosti
- polazi se od j-na za ustaljeno strujanje

• Vrijeme promjene tlačne visine od H_1 do H_2 (prethodna slika):

$$t = \frac{2A_1(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2})}{\mu A \sqrt{2g}}$$



Iz ovog izraza $\Rightarrow$ relacija za određivanje vremena pražnjenja rezervoara (posude) ili vremena izjednačenja nivoa tečnosti u rezervoarima (ako uzmemo $H_2=0$):

$$t = \frac{2A_1\sqrt{H_1}}{\mu A \sqrt{2g}}$$

I za ove izraze važi ograničenje u smislu promjenjivosti koef. isticanja, μ , u f-ji tlačne visine tj. t

72

ISTICANJE PREKO PRELIVA I ISPOD ZAPORNICA

PRELIV: HG u kojem voda struji pod dejstvom razlike p nastale zbog bočnog suženja ili pregrađivanja korita

ISTICANJE PREKO PRELIVA: strujanje vode na takvom jednom dijelu HG

ZAPORNICA: uređaj za ispuštanje (regulaciju) vodnih protoka i za zatvaranje nekih protočnih elemenata HG

ISTICANJE ISPOD ZAPORNICE: strujanje vode ispod takvog uređaja

73

ISTICANJE PREKO PRELIVA

Klasifikacija preliva prema:

1) **Profilu preliva:** - oštrobridni preliv

- preliv praktičnog profila (poligonalnog i krivolinijskog obrisa)
- preliv sa širokim pragom

2) **Tlocrtnom položaju praga preliva u odnosu na smjer strujanja:**

- okomiti preliv
- kosi preliv
- bočni preliv
- krivolinijski preliv

74

3) **Tlocrtnom prilazu vodotoka ka prelivu:**

- preliv bez bočnog suženja (L okomitog preliva = B vodotoka)
- preliv sa bočnim suženjem (L preliva < B vodotoka)

4) **Načinu spajanja prelivnog mlaza sa donjom vodom (NDV)**

- nepotopljeni preliv (NDV ne utiče na prelivni Q)
- potopljeni preliv (NDV umanjuje tj. utiče na prelivni Q)

5) **Obliku poprečnog presjeka po kruni preliva:**

- pravougaoni preliv
- trouglasti preliv
- trapezni preliv
- kružni preliv
- parabolični preliv

75

Karakteristika svih preliva:

-prilikom hidrauličkog proračuna polazimo od opšte j-ne preliva (proizilazi iz Bernoulli)

•Prelivni protok (Q):

- a) nepotopljeno preliivanje $Q = m_b b_p \sqrt{2g} H^{3/2}$ ili $Q = m b_p \sqrt{2g} H_e^{3/2}$
b) potopljeno preliivanje $Q = \sigma_p m_b b_p \sqrt{2g} H^{3/2}$ ili $Q = \sigma_p m b_p \sqrt{2g} H_e^{3/2}$

b_p – dužina preliva mjerena od dužine fronte preliva (m)

H – geometrijska prelivna visina (m)

H_0 – energijska visina (m)

m_0 , m – koeficijenti protoka na prelivu (zavise od konstrukcije samog preliva)

σ_p – koeficijent potopljenosti ovisan o uslovima potopljenosti i vrsti preliva

g – ubrzanje polja sile teže (m/s²)

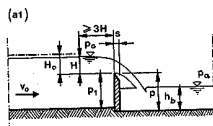
•Osnovni zadatak kod hidrauličkog proračuna preliva = definisanje koef. m_0 ili m i σ_p

76

ISTICANJE PREKO OŠTROBRIDNOG PRELIVA:

- Rubovi praga zaoštreni tako da d stijenke praga ne utiče na oblik prelivnog mlaza
- Relativne dimenzije mlaza oštrobriidnog preliva određene eksperimentima

A) NEPOTOPLJENO ISTICANJE PREKO OŠTROBRIDNOG PRELIVA



- Bez bočnog suženja i sa okomitim položajem praga (pokus Bazaina 1898)
- Bazain obuhvatio raspon veličina:
 $0.2 \text{ [m]} < h_p < 2 \text{ [m]}; 0.24 \text{ [m]} < p_1 < 1.13 \text{ [m]}; 0.05 \text{ [m]} < H < 1.24 \text{ [m]}$

77

- Bazain izveo empirijsku formulu za koeficijent protoka na prelivu:

$$m_o = \left[0.405 + \frac{0.003}{H} \right] \left[1 + 0.55 \left(\frac{H}{H + p_1} \right)^2 \right]$$

p_1 – visina praga mjerena sa NGV

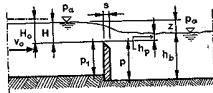
- Za preliminarne proračune uzimamo: $m_o = 0.42$

78

B) POTOPLJENO ISTICANJE PREKO OŠTROBRIDNOG PRELIVA

- Nastaje kada su ispunjena dva uslova:

- $h_b > p$, odnosno, $z < H$,
- $z/p < (z/p)_{cr}$,



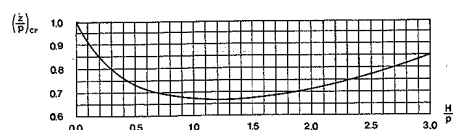
h_b – dubina DV (m)

p – visina praga mjerena sa strane DV (m)

z – razlika nivoa GV i DV (m)

- Drugi uslov (b) osigurava da se kod preliivanja ne pojavi odbačeni vodni skok

79

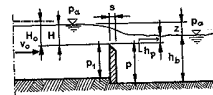


Kritične vrijednosti odnosa z i p za uslov potopljenosti oštrobriidnog preliva

- Potopljenost oštrobriidnog preliva uzima koeficijent potopljenosti, σ_p .

σ_p (po Bazainu) nezavisan od bočnog suženja:

$$\sigma_p = 1.05 \left[1 + 0.2 \frac{h_p}{p} \right]^3 \sqrt{\frac{z}{H}}$$



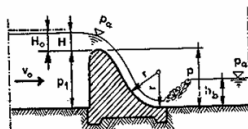
h_p – nadvišenje NDV iznad krune preliva (m)

80

ISTICANJE PREKO PRELIVA PRAKTIČNIH PROFILA KRIVOLINIJSKIH OBRISA

- Prema obrisu krivolinijski prelivu su:

- Bezvakuumski preliv
- Vakuumski preliv



-BEZVAKUUMSKI PRELIV: Profil preliva se podudara sa donjim obrisom (konturom) slobodnog prelivnog mlaza.

-VAKUUMSKI PRELIV: Između površine preliva i slobodnog prelivnog mlaza postoji slobodan prostor (tu nastaje podpritisak).

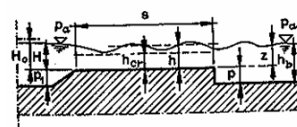
-Vakuumski preliv $\Rightarrow$ nestabilnost prelivnog mlaza, vibracije objekta

-Praksa $\Rightarrow$ većinom se grade bezvakuumski preliv

81

ISTICANJE PREKO PRELIVA SA ŠIROKIM PRAGOM

- Složena pojava
- Tok u pragu nije kontinualno promjenjiv (izraženo kod većeg odnosa s/H)
- s = širina krune preliva II sa tokom
- Naglašeno kod potopljenih preliva



Nepotopljeno isticanje preko preliva sa širokim pragom:

-Dubina na pragu $h(m) < h_{cr}$ na pragu ($h < h_{cr}$) $\Rightarrow$ pragovi $s/H < 7$ (uži pragovi)

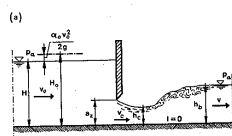
- $H > h_{cr}$ $\Rightarrow$ široki pragovi $s/H=8$ do 10 (valovit skok na pragu – slika gore)

82

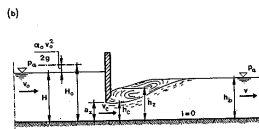
ISTICANJE ISPOD ZAPORNICA

- Isticanje ispod zapornica:**

- Nepotopljeno isticanje (slobodno)
- Potopljeno isticanje



a) Nepotopljeno isticanje



b) Potopljeno isticanje

Posmatramo (sa slike):

-isticanje ispod zapornice kroz pravougaoni presjek bez praga

-ravno dno ($l=0$)

83

A) NEPOTOPLJENO ISTICANJE ISPOD ZAPORNICA

* Uslovi za ispunjenje (ispunjen bar jedan):

-Mlaz isticanja prelazi u miran tok u suženom presjeku pomoću odbačenog vodnog skoka

-Dno vodotoka iza otvora ima pad ($l > l_{cr}$)

Uslov za slobodno isticanje:

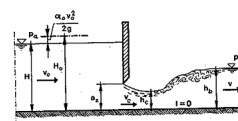
$$\frac{h_b}{h_c} \left(\frac{h_b}{h_c} + 1 \right) < 4\varphi^2 \left(\frac{H_0}{h_c} - 1 \right)$$

h_b – dubina u koritu donje vode (m)

h_c – dubina u suženom presjeku (m)

φ – koef. brzine ($\varphi = 0,95$ do $0,97$ zapornica bez praga)

H_0 – energijska visina (m)



84

Dubina u suženom presjeku mlaza: $h_c = \frac{A_c}{b_z} = \epsilon_c a_z$

a_z – visina otvora (podizanje zapornice) (m)

b_z – širina otvora (m)

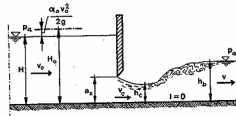
A_c – površina suženog presjeka mlaza isticanja (m²)

ϵ_c – koef. vertikalnog oštrobriodnog suženja

Vrijednosti ϵ_c u f-ji visine otvora:

a_z/H	ϵ_c	a_z/H	ϵ_c	a_z/H	ϵ_c
0.10	0.615	0.35	0.628	0.60	0.660
0.15	0.618	0.40	0.630	0.65	0.675
0.20	0.620	0.45	0.638	0.70	0.690
0.25	0.622	0.50	0.645	0.75	0.705
0.30	0.625	0.55	0.650		

U tabeli $\Rightarrow$ H = dubina ispred otvora (tlačna visina)



85

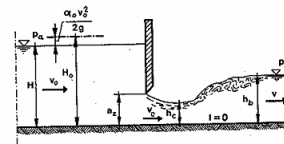
Brzina v_c (nepotopljeno isticanje) - pomoću Bernoulli-eve j-ne:

$$v_c = \varphi \sqrt{2g(H_o - h_c)} = \varphi \sqrt{2g(H_o - \epsilon_c a_z)}$$

Proticaj (nepotopljeno isticanje):

$$Q = v_c A_c = \varphi \epsilon_c a_z b_z \sqrt{2g(H_o - \epsilon_c a_z)} = \mu a_z b_z \sqrt{2g(H_o - h_c)}$$

$m = \varphi \epsilon_c$ (koeficijent isticanja)

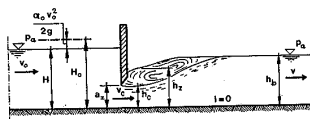


86

B) POTOPLJENO ISTICANJE ISPOD ZAPORNICA

•Nastanak $\Rightarrow$ ako u suženom presjeku je dubina h_z tako da je:

$h_c < h_z < h_b$ (slučaj potopljenog vodnog skoka)



•Proticaj kroz otvor zapornice glasi: $Q = \mu a_z b_z \sqrt{2g(H_o - h_z)}$

μ – koeficijent isticanja (isti kao i kod nepotopljenog isticanja)

•Dubina iza zapornice h_z glasi: $h_z^2 = h_b^2 - 4\mu^2 a_z^2 (H_o - h_z) \frac{h_b - h_c}{h_b h_c}$

•Ako uvedemo oznaku: $M_z = 4\mu^2 a_z^2 \frac{h_b - h_z}{h_b h_c} = 4(\epsilon_c \varphi)^2 a_z^2 \frac{h_b - h_z}{h_b h_c}$

•Dobijamo: $h_z = \left[h_b^2 - M_z \left(H_o - \frac{M_z}{4} \right) \right] + \frac{M_z}{2}$

87

MJERENJE BRZINE I PROTOKA FLUIDA

- Razvijen veoma veliki broj odgovarajućih metoda.
- Potrebno je mjeriti od veoma malih do veoma velikih brzina i protoke.
- Potrebno je mjeriti brzine i protoke u cijevima, ali i brzine u otvorenim tokovima.
- Veoma veliki broj različitih fluida (neki su hemijski agresivni, a neki ne).
- Neki fluidi su provodnici električne struje, a neki ne.
- Veliki broj različitih metoda i instrumenata za mjerenje.
- Metode mjerenja brzine i protoka fluida mogu se podijeliti u slijedeće grupe:

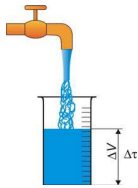
1. Direktno mjerenje protoka tečnosti,
2. Mjerenje protoka prigušnicama,
3. Mjerno koljeno,
4. Mjerenje brzine fluida pomoću zaustavnog pritiska,
5. Mjerila sa lebdećim tijelom - rotometri
6. Turbinska mjerila protoka,
7. Indukciono mjerilo protoka,
8. Ultrazvučno mjerilo brzine i protoka,
9. Termalne metode mjerenja brzine,
10. Vrtložno mjerilo protoka,
11. Anemometri,
12. Zapreminske metode mjerenja protoka itd.

88

1. Direktno mjerenje protoka tečnosti

- Ova metoda je nastarija, najtačnija i direktna.
- Može se primjenjivati samo u veoma malom broju tehničkih slučajeva.
- Sastoji se u odmjeraivanju zapremine tečnosti pomoću menzure i hronometra
- Primjenjiva samo za tečnosti.

• Kada postoji mogućnost, pomoću menzure se mjeri zapremina tečnosti ΔV , koja je istekla u određenom vremenu Δt , a zapreminski protok odredi se na slijedeći način:



$$Q = \Delta V / \Delta t \quad (\text{m}^3/\text{s})$$

89

2. Mjerenje protoka prigušnicama

- U cijev postavimo element, za koji nam je potpuno poznata zavisnost gubitka fluidne energije od protoka $\Rightarrow$ moguće odrediti Q ako se odredi gubitak pritisne energije.
- Gubitak pritisne energije posredno se iskazuje smanjenjem p .
- U stručnoj literaturi ova veličina naziva se pad p pri strujanju.

- Element koji se postavlja u cijev naziva se prigušnica.
- Postoji veoma veliki broj prigušnica koje se postavljaju u cijev sa svrhom mjerenja Q .

- Prigušnice su standardizovane.

- Mada postoji veći broj standardnih prigušnica, najčešće su tri vrste: **mjerna prigušnica, mlaznica i Venturi cijev**

- Razlika pritiska Δp mjeri se ispred i iza mjerne prigušnice ili mlaznice.

- U slučaju Venturi cijevi razlika p mjeri se ispred nje i u najužem presjeku.

- Ovako izmjerena razlika p služi da se odredi Q .

90

• Protok se određuje prema izrazu: $Q = \varepsilon \alpha A_2 \sqrt{\frac{2 \Delta p}{\rho}}$

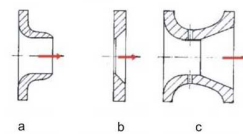
ε - koeficijent ekspanzije,
 α - protočni koeficijent,
 A_2 (m²) – površina poprečnog preseka u suženom dijelu,
 Δp (Pa) – izmjereni pad pritiska i
 ρ (kg/m³) – gustina fluida

- Koeficijent ekspanzije ε uzima u obzir stišljivost fluida.
- Ova osobina dolazi do izražaja, pri ovakvom načinu mjerenja, u slučaju brzina gasova koje su bliske brzini zvuka.
- U ostalim slučajevima može se uzeti da je $\varepsilon \approx 1$.

• Koeficijent protoka α određuje se na bazi Reynoldsovog broja i konstrukcionih dimenzija prigušnice iz posebnih tabela, koje su sastvni deo standarda.

91

Oblik mjernih prigušnica:



Mjerne prigušnice (a - mlaznica, b - mjerna prigušnica, c-Venturi cijev)

Maseni protok određuje se na bazi poznate gustine fluida: $\dot{m} = \rho Q$

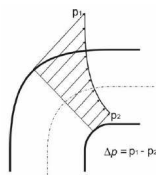
- Upotreba ove metode mjerenja protoka dosta je raširena u praksi i naučnim istraživanjima = **precizna**.

92

3. Mjerno koljeno za mjerenje protoka

- Mjerno koljeno: jednostavna metoda, koristi se efekt razlike p fluida u poprečnom presjeku, pri strujanju kroz koljeno cijevi.
- Na slici prikazana promjena p u poprečnom presjeku koljena.
- Na osnovu izmjerena razlike p na spoljnoj i unutrašnjoj strani koljena (Δp) određujemo protok:

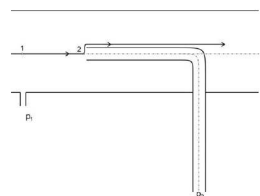
$$Q = A_k \sqrt{\Delta p} \quad A_k - \text{mjerna konstanta, (određuje se baždarenjem)}$$



93

4. Mjerenje brzine fluida pomoću zaustavnog pritiska

- Mjerenje v strujanja fluida moguće primjenom Bernoulli-eve j-ne.
- Osnovni princip mjerenja: Pitova cijev (Pitot)
- Princip mjerenja:



$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} \quad \text{Bernoulli-eve j-na}$$

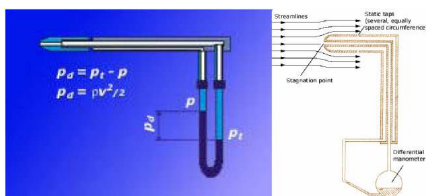
$$z_1 = z_2$$

Na strujnici u tački 2 fluid se zaustavlja, tj. brzina fluida $v_2 = 0$. Na osnovu ovoga imamo:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(p_2 - p_1)}{\rho}} = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

94

- Prandtl je unapredio Pitovu cijev $\Rightarrow$ pojednostavio mjerenje razlike p .
- Na Prandtlovoj cijevi postoje male rupice sa strane kroz koje dolazi signal pritiska p_1 .
- Mjeri se razlika pritisaka Δp .
- Ova razlika p se često naziva dinamički pritisak.
- Pritisak p_1 naziva se statički pritisak, a pritisak p_2 totalni pritisak.

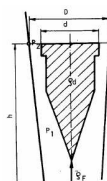


Prandtlova cijev

95

5. Mjerenje sa ledbećim tijelom (rotametar)

- Princip uravnoteženja uzgonske sile (sile otpora tijela strujanju fluida), sile pritiska i težine tijela koje se postavi u vertikalnu struju fluida.
- Uglavnom se primjenjuje za mjerenje Q tečnosti.
- Mjerilo se baždari, pri čemu se određuje konstanta baždanja k .
- Q se očitava sa strane konusne staklene cijevi na izbaždarenoj skali.



Rotametar



96

-Ova mjerila pogodna kada je potrebno trenutno poznavanje protoka tečnosti

-Zavisnost Q od položaja lebdećeg tijela u cijevi je:

$$\dot{m} = \rho Q = k \left(\frac{D^2 \pi}{4} - \frac{d^2 \pi}{4} \right)$$

k – koeficijent baždarenja

97

6. Turbinsko mjerenje protoka

-U cijevni element postavlja se mjerna turbina.

-Učestanost obrtanja turbine zavisna od v , odnosno Q fluida.

-Sa strane se postavlja senzor koji registruje učestalost obrtanja turbine.



Turbinsko mjerenje protoka
(presjek – lijevo, spoljni izgled – u sredini, mjerna turbina – desno, 1 – tijelo, 2 – mjerna turbina, 3 – oslonci)

- Protok srazmeran učestanosti obrtanja: $Q = k \cdot n$

k – koeficijent baždarenja

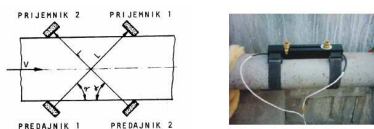
98

7. Ultrazvučno mjerenje protoka

-U cijevi postavljeni predajnici i prijemnici ultra zvuka ➡ (slika dole).

-Ova mjerenja: na postojeće cijevi (velika prednost).

-Mana ➡ relativno skupa.



-Kretanje zvuka niz struju fluida brže nego uz struju zbog prenosne v fluida.

-Uz mjerilo ugrađena oprema koja registruje razliku tih v .

-Razlika tih brzina Δf zavisna od v fluida:

$$\Delta f = \frac{2v \cos \alpha}{L}$$

99

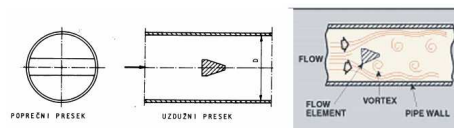
8. Vrtložno mjerenje protoka

-Poznata je zavisnost učestalosti otkidanja laminarnog graničnog sloja od v kretanja fluida = fenomen Karmanovih vrtloga.

-Prepreka u struji fluida, iza nje će periodično da se kreću vrtlozi čija učestalost zavisi od v fluida.

-Dugo vremena trebalo da se tehnički tačno i pouzdano registruju vrtlozi.

-Registrowanje vrtloga danas riješeno veoma precizno (veoma preciznih mjerila)



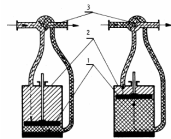
100

9. Zapreminsko mjerenje protoka

- Bazirano na mjerenju V fluida koji protiče kroz cjevovod.
- Dvije osnovne grupe mjerila:

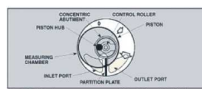
- a) klipna mjerila
- b) rotaciona mjerila

- Najmasovnije rotaciono zapreminsko mjerilo protoka ➡ **vodomjerni sat**



Klipno mjerenje protoka

1-klip 2-cilindar 3-mjerni zasun



Rotaciono zapreminsko mjerenje protoka

